

## ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΕΡΓΑΣΙΑ 2 – ΚΙΝΗΣΕΙΣ (1<sup>ο</sup> ΜΕΡΟΣ)

1. α) Να μετατραπούν τα 108 Km/h σε m/s.  
β) Να μετατραπούν τα 20m/s σε Km/h.
2. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=72\text{Km/h}$  και κατεύθυνση προς τα δεξιά.
  - α. Να μετατραπεί το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  σε m/s.
  - β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μετά από χρόνο  $\Delta t=5\text{s}$ .
  - γ. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.
  - δ. Να βρεθεί το διάστημα θα διανύσει το σώμα μετά από χρόνο  $\Delta t=5\text{s}$ .
  - ε. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τα διανύσματα της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$ , της τελικής ταχύτητας  $\vec{v}$  (του β' ερωτήματος) και της επιτάχυνσης  $\vec{a}$ .
3. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $|a|=2\text{m/s}^2$  και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=20\text{m/s}$  με κατεύθυνση προς τα αριστερά.
  - α. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας μετά από χρόνο  $\Delta t=12\text{s}$ .
  - β. Να βρεθεί το διάστημα που θα έχει διανύσει το σώμα σε χρόνο  $\Delta t=12\text{s}$ .
  - γ. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τα διανύσματα της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$ , της τελικής ταχύτητας  $\vec{v}$  (του α' ερωτήματος) και της επιτάχυνσης  $\vec{a}$ .
4. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $|a|=4\text{m/s}^2$  και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=20\text{m/s}$  με κατεύθυνση προς τα δεξιά.
  - α. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας μετά από χρόνο  $\Delta t=3\text{s}$ .
  - β. Να βρεθεί το διάστημα που θα έχει διανύσει το σώμα σε χρόνο  $\Delta t=3\text{s}$ .
  - γ. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τα διανύσματα της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$ , της τελικής ταχύτητας  $\vec{v}$  (του α' ερωτήματος) και της επιτάχυνσης  $\vec{a}$ .
5. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=30\text{m/s}$ . Να βρεθεί σε πόσο χρόνο το σώμα διανύει απόσταση  $s=450\text{m}$ .
6. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $|a|=3\text{m/s}^2$ . Το σώμα έχει κάποια στιγμή ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=6\text{m/s}$ .
  - α. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του σώματος θα έχει μέτρο  $|u|=30\text{m/s}$ .
  - β. Να βρεθεί το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε αυτόν το χρόνο.

**7.** Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Κάποια στιγμή το σώμα έχει ταχύτητα  $|u_0|=4\text{m/s}$  και σε χρόνο  $\Delta t=5\text{s}$  έχει διανύσει διάστημα  $s=70\text{m}$ . Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης  $|a|$ .

**8.** Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $|a|=4\text{m/s}^2$ . Κάποια στιγμή το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=5\text{m/s}$ .

α. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο το σώμα θα έχει διανύσει διάστημα  $s=18\text{m}$ .

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν έχει διανύσει το προηγούμενο διάστημα.

**9.** Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $|a|=5\text{m/s}^2$ . Κάποια στιγμή το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=20\text{m/s}$ .

α. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο το σώμα θα σταματήσει.

β. Να βρεθεί το διάστημα που θα έχει διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.

**10.** Σώμα είναι ακίνητο και κάποια στιγμή αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Αν είναι γνωστό ότι τη στιγμή που το σώμα έχει διανύσει διάστημα  $s=40\text{m}$ , η ταχύτητα του έχει μέτρο  $|u|=20\text{m/s}$  :

α. να βρεθεί ο χρόνος που χρειάστηκε για να διανύσει τα  $40\text{m}$ ,

β. να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.

**11.** Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=10\text{m/s}$ . Αν είναι γνωστό ότι μέχρι να σταματήσει το σώμα διανύει διάστημα  $s=25\text{m}$ , να βρεθούν :

α. ο χρόνος μέχρι να σταματήσει,

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.

**12.** Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=20\text{m/s}$ . Κάποια στιγμή ο οδηγός βλέπει ένα εμπόδιο και φρενάρει. Αν είναι γνωστό ότι το αυτοκίνητο σταμάτησε (πριν το εμπόδιο) διανύοντας απόσταση  $d=58\text{m}$  απ' τη στιγμή που ο οδηγός είδε το εμπόδιο και ότι απ' τη στιγμή που ο οδηγός πάτησε το φρένο, το αυτοκίνητο είχε σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $|a|=4\text{m/s}^2$ , να βρεθεί ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού.

**13.** Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_1|=15\text{m/s}$ . Στον ίδιο δρόμο μπροστά απ' το αυτοκίνητο, κινείται προς την ίδια κατεύθυνση παπάκι με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_2|=5\text{m/s}$ . Κάποια στιγμή το παπάκι είναι μπροστά απ' το αυτοκίνητο απόσταση  $d=200\text{m}$ . Να βρεθεί σε πόσο χρόνο το αυτοκίνητο θα φτάσει το παπάκι.

**14.** Σώμα 1 που είναι σταματημένο, βλέπει να έρχεται προς αυτό άλλο σώμα 2 με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=10\text{m/s}$ . Κάποια στιγμή το σώμα 1 ξεκινά να κινείται προς το σώμα 2 με σταθερή επιτάχυνση μέτρου

$|a|=4\text{m/s}^2$ . Εκείνη τη στιγμή τα δύο οχήματα απέχουν απόσταση  $d=72\text{m}$ . Να βρεθεί σε πόσο χρόνο απ' τη στιγμή που ξεκίνησε το σώμα 1, θα συναντηθούν τα δύο σώματα.

**15.** Τεχνικός των τρένων επισκευάζει σιδηροδρομική γραμμή στο μέσο ενός τούνελ μήκους  $d=300\text{m}$ . Ξαφνικά στην είσοδο του τούνελ βλέπει ένα τρένο να έρχεται προς αυτόν, με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_T|=30\text{m/s}$ . Δεδομένου ότι δεν υπάρχει χώρος να πάει πλάγια, αρχίζει αμέσως να τρέχει προς την άλλη άκρη του τούνελ με σταθερή επιτάχυνση. Να βρεθεί η ελάχιστη επιτάχυνση με την οποία πρέπει να κινηθεί ο τεχνικός, για να γλιτώσει.

**16.** Όχημα Α κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u_A|=20\text{m/s}$ . Όχημα Β ξεκινά από την ηρεμία να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $|a|=5\text{m/s}^2$ , προς την ίδια κατεύθυνση με το όχημα Α. Τη στιγμή που το όχημα Β ξεκινά, βρίσκεται απόσταση  $d=42\text{m}$  μπροστά από το όχημα Α. Να βρεθούν :

α. ο χρόνος απ' τη στιγμή της εκκίνησης του οχήματος Β μέχρι τα δύο σώματα να πλησιάσουν στην ελάχιστη απόσταση.

β. Πόση είναι η ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν τα δύο οχήματα.

γ. Η απόσταση  $\ell$  των δύο οχημάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.

**17.** Σε αγώνα σκυταλοδρομίας  $4\times 100$ , ο πρώτος αθλητής πηγαίνει προς τον τερματισμό της διαδρομής του με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $|u|=10\text{m/s}$ . Ο δεύτερος αθλητής για να μη χάσουν χρόνο ξεκινά απ' τη γραμμή του τερματισμού του πρώτου αθλητή πριν αυτός τερματίσει, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $|a|=2\text{m/s}^2$ . Ποια είναι η ιδανική απόσταση που πρέπει να έχουν οι δύο αθλητές όταν ξεκινήσει ο δεύτερος;

**18.** Δίνεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οxy. Κάποια στιγμή σώμα Α βρίσκεται στο σημείο  $K(36\text{m},0)$  του άξονα x'x, έχει ταχύτητα μέτρου  $|u_0|=5\text{m/s}$  με κατεύθυνση προς την αρχή των αξόνων και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει κατεύθυνση επίσης προς την αρχή των αξόνων. Την ίδια στιγμή σώμα Β βρίσκεται ακίνητο στο σημείο  $\Lambda(0, 32\text{m})$  του άξονα y'y και τότε αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $|a|=4\text{m/s}^2$  με κατεύθυνση προς την αρχή των αξόνων. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του οχήματος 1, ώστε τα δύο οχήματα να συναντηθούν.

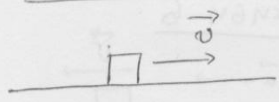
### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2 (1<sup>ο</sup> μέρος)

#### Άσκηση 1

α)  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{108 \cdot 1000}{3600} \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$

β)  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ s}} = \frac{20}{\frac{1}{1000}} \frac{1}{\frac{1}{3600}} \text{ m/s} = \frac{20 \cdot 3600}{1000} \text{ m/s} = 72 \text{ m/s}$

#### Άσκηση 2



α)  $|v_0| = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$

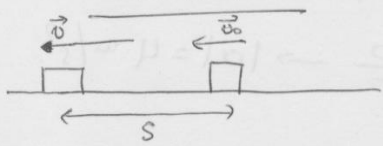
β) Αφού η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, η ταχύτητα είναι σταθερή όρα μετά από χρόνο  $\Delta t = 5 \text{ s}$  η ταχύτητα θα έχει μέτρο  $|v| = 20 \text{ m/s}$ .

γ) Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι  $\vec{v} = \text{const.}$   
άρα  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$

δ)  $s = |v| \cdot \Delta t = 20 \cdot 5 = 100 \text{ m}$

ε)  $\vec{v}_0 = \rightarrow$ ,  $\vec{v} = \rightarrow$ ,  $\vec{a} = \vec{0}$ .

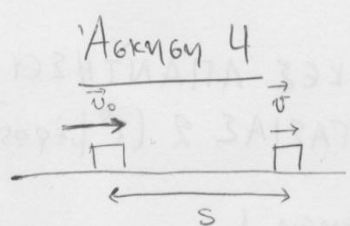
#### Άσκηση 3



α)  $|v| = |v_0| + |a| \Delta t = 20 + 2 \cdot 12 = 44 \text{ m/s}$

β)  $s = |v_0| \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 = 20 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12^2 = 240 + 144 = 384 \text{ m}$

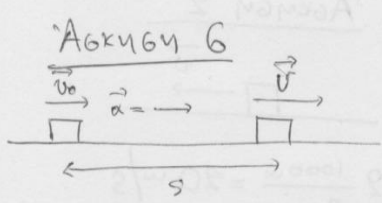
γ)  $\vec{v} = \leftarrow$ ,  $\vec{v}_0 = \leftarrow$ ,  $\vec{a} = \leftarrow$



α)  $|v| = |v_0| - |a| \Delta t = 20 - 4 \cdot 3 = 8 \text{ m/s}$   
 β)  $s = |v_0| \Delta t - \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 = 20 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3^2 = 60 - 18 = 42 \text{ m}$   
 γ)  $\vec{v} = \rightarrow, \vec{v}_0 = \rightarrow, \vec{a} = \leftarrow$

Άσκηση 5

$$s = |v_0| \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{s}{|v_0|} = \frac{450}{30} = 15 \text{ s}$$



α)  $|v| = |v_0| + |a| \Delta t \rightarrow 30 = 6 + 3 \cdot \Delta t \rightarrow 3 \Delta t = 30 - 6 \rightarrow 3 \Delta t = 24 \rightarrow \Delta t = \frac{24}{3} \rightarrow \Delta t = 8 \text{ s}$   
 β)  $s = |v_0| \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 = 6 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 = 48 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 64 = 48 + 96 = 144 \text{ m}$

Άσκηση 7

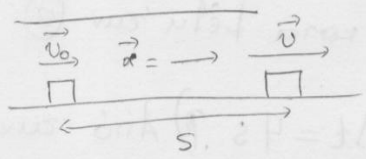
$$s = |v_0| \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow 70 = 4 \cdot 5 + \frac{1}{2} |a| \cdot 5^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 70 = 20 + \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot |a| \rightarrow 70 \cdot 2 = 20 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot |a| \rightarrow$$

$$140 = 40 + 25|a| \rightarrow 25|a| = 140 - 40 \rightarrow 25|a| = 100$$

$$\rightarrow |a| = \frac{100}{25} \rightarrow |a| = 4 \text{ m/s}^2$$

Άσκηση 8



a)  $s = |u_0| \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow 18 = 5 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \Delta t^2 \rightarrow$

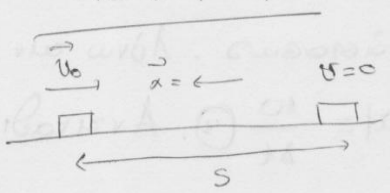
$2 \Delta t^2 + 5 \Delta t - 18 = 0. \Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18) = 25 + 144 = 169$

$\Delta t = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm 13}{4} \rightarrow \begin{matrix} 2s \text{ δεξιά} \\ -4,5s \text{ ανοφ.} \end{matrix}$

Άρα  $\Delta t = 2s$

β)  $|v| = |u_0| + |a| \Delta t = 5 + 4 \cdot 2 = 13 \text{ m/s}$

Άσκηση 9



a)  $|v| = |u_0| - |a| \Delta t \rightarrow 0 = 20 - 5 \cdot \Delta t \rightarrow 5 \Delta t = 20 \rightarrow$

$\Delta t = \frac{20}{5} \rightarrow \Delta t = 4s$

β)  $s = |u_0| \Delta t - \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 = 20 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 80 - 40 = 40 \text{ m}$

Άσκηση 10

a)  $|v| = |u_0| + |a| \Delta t \rightarrow 20 = 0 + |a| \Delta t \rightarrow |a| \cdot \Delta t = 20 \text{ ①}$

$s = |u_0| \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow 40 = 0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow$

$40 = \frac{1}{2} |a| \cdot \Delta t^2 \rightarrow 40 \cdot 2 = 2 \cdot \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow |a| \Delta t^2 = 80 \text{ ②}$

Οι ① και ② αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Μπορεί να λυθεί με τη

πέδο ως ανακατάσταση. Εδώ ας το κάρ (4)  
 που ε διαφώνιας κατά τέλη των (2) με των (1):

$$\frac{10|\Delta t|^2}{|\Delta t|} = \frac{80}{20} \rightarrow \Delta t = 4 \text{ s. } \beta) \text{ Από των (1) έχουμε:}$$

$$4|a| = 20 \rightarrow |a| = \frac{20}{4} \rightarrow |a| = 5 \text{ m/s}^2.$$

### Άσκηση 11

α)  $|v| = |v_0| - |a|\Delta t \rightarrow 0 = 10 - |a|\Delta t \rightarrow |a|\Delta t = 10 \text{ (1)}$

$$s = |v_0|\Delta t - \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \rightarrow 25 = 10\Delta t - \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \text{ (2)}$$

Οι (1) και (2) είναι σύστημα δύο εξισώσεων με  
 δύο αγνώστους. Τώρα θα το λύσουμε με τη με-  
 θοδο της ανακατάστασης. Λύνω των (1) ως προς  
 $|a|$  και είναι  $|a| = \frac{10}{\Delta t}$  (3). Ανακαθιστώ των (3)

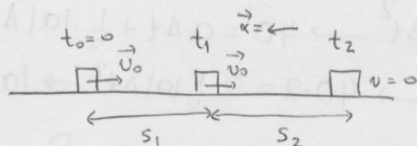
εσω (2) και έχουμε  $25 = 10\Delta t - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{\Delta t} \cdot \Delta t^2 \rightarrow$

$$25 = 10\Delta t - 5\Delta t \rightarrow 25 = 5\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{25}{5} \rightarrow$$

$$\Delta t = 5 \text{ s.}$$

β) Από των (3) βρίσκουμε  $|a| = \frac{10}{5} \rightarrow |a| = 2 \text{ m/s}^2.$

### Άσκηση 12



Έστω  $t_0=0$  η στιγμή που ο οδηγός είδε το εμπόδιο,  
 $t_1$  η στιγμή που πάμψε το φρένο και  $t_2$  η στιγμή που  
 σταμάτησε.

Στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  έως  $t_2$  η κίνηση είναι ευθύγραμμ ομαλά επιβραδυνόμενη. Άρα είναι:

$$|v| = |v_0| - |a|\Delta t \rightarrow 0 = 20 - 4(t_2 - t_1) \rightarrow 4(t_2 - t_1) = 20 \rightarrow$$

$$t_2 - t_1 = \frac{20}{4} \rightarrow t_2 - t_1 = 5 \text{ s και}$$

$$S_2 = |v_0|\Delta t - \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 = 20(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (t_2 - t_1)^2 = 20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2$$

$$= 100 - 50 \rightarrow S_2 = 50 \text{ m}$$

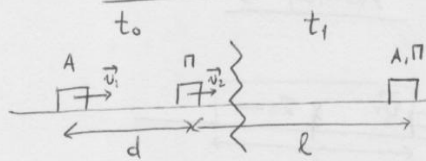
$$\text{Άρα } S_1 = d - S_2 = 58 - 50 \rightarrow S_1 = 8 \text{ m.}$$

Στο χρονικό διάστημα από  $t_0$  έως  $t_1$  η κίνηση είναι ευθύγραμμ ομαλή άρα  $S_1 = |v_0|t_1 \rightarrow S_1 = |v_0|(t_1 - t_0) \rightarrow$

$$S_1 = |v_0|t_1 \rightarrow 8 = 20 \cdot t_1 \rightarrow t_1 = \frac{8}{20} \rightarrow t_1 = 0,4 \text{ s.}$$

Άρα ο χρόνος αντίδρασης είναι  $\Delta t = t_1 - t_0 = 0,4 \text{ s.}$

Άσκηση 13



και τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμ ομαλή κίνηση.

Για το αυτοκίνητο είναι  $S_A = |v_A|\Delta t \rightarrow d + l = |v_A|\Delta t \rightarrow$

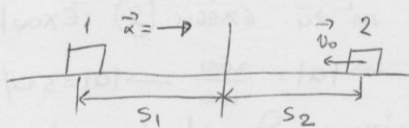
$$200 + l = 15 \cdot \Delta t \text{ (1). Για το παιδί είναι } S_B = |v_B|\Delta t \rightarrow l = 5 \cdot \Delta t \text{ (2)}$$

Οι (1), (2) είναι σύστημα. Αντικαθιστώντας τη (2) στην (1) έχουμε:

$$200 + 5\Delta t = 15\Delta t \rightarrow 200 = 15\Delta t - 5\Delta t \rightarrow 200 = 10\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{200}{10} \rightarrow$$

$$\Delta t = 20 \text{ s.}$$

Άσκηση 14





6

Το σώμα 1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση  
 άρα  $S_1 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow S_1 = \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \Delta t^2 \rightarrow$   
 $S_1 = 2 \Delta t^2$  (1). Το σώμα 2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση  
 άρα  $S_2 = v_0 \Delta t \rightarrow S_2 = 10 \Delta t$  (2). Επίσης  $S_1 + S_2 = d \rightarrow$   
 $S_1 + S_2 = 72$  (3). Οι (1), (2), (3) είναι σύστημα τριών εξισώ-

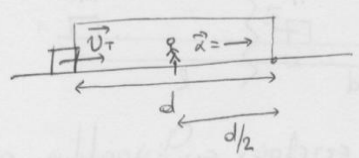
σεων με τρεις αγνώστους. Αντικαθιστούμε στην (3) τις  
 (1) και (2) και έχουμε:  $2 \Delta t^2 + 10 \Delta t = 72 \rightarrow$

$$\Delta t^2 + 5 \Delta t - 36 = 0 \quad \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 25 + 144 = 169$$

$$\text{άρα } \Delta t = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-5 \pm 13}{2} \rightarrow \begin{matrix} 4s \text{ δεξιά} \\ -9s \text{ Ανορ.} \end{matrix}$$

Άρα θα συναντηθούν σε χρόνο  $\Delta t = 4s$ .

Άσκηση 15



Η ελάχιστη επιτάχυνση θα είναι προφανώς εκείνη για την  
 οποία ο τεχνικός με το τρένο θα συναντηθούν ακριβώς  
 στην έξοδο του τούνελ. Το τρένο εκτελεί ευθύγραμμη  
 ομαλή κίνηση άρα  $S = v_0 \Delta t \rightarrow d = 30 \cdot \Delta t$  (1). Ο τεχνικός  
 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα  
 $S = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2} |a| \Delta t^2 \rightarrow d = |a| \Delta t^2$  (2).

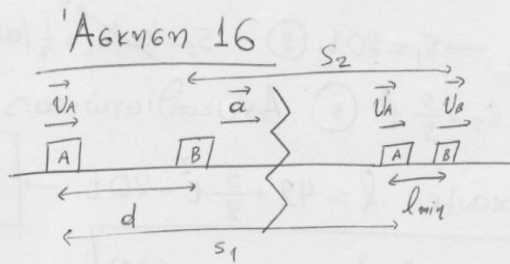
Αν τι σχέση (1) βρίσκουμε το  $\Delta t \rightarrow 300 = 30 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{300}{30}$

$\rightarrow \Delta t = 10s$  και αν τι σχέση (2) έχουμε  $300 = |a| \cdot 10^2$

$\rightarrow 300 = |a| \cdot 100 \rightarrow |a| = \frac{300}{100} \rightarrow |a| = 3 m/s^2$ . Άρα αν κινηθεί  
 με αυτή την επιτάχυνση θα φλιτώσει 160-160 και αν κινηθεί

με μεγαλύτερη θα διατώσει άνετα.

(7)



α) Τα δύο σώματα θα φτάνουν στην ελάχιστη απόσταση όταν έχουν ίδια ταχύτητα δηλαδή όταν το σώμα αποκτάει ταχύτητα μέτρου  $|v_B| = |v_A| = 20 \text{ m/s}$ .

Αν  $\Delta t$  το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να γυβεί αριό, θα είναι για το σώμα Β:

$$|v_B| = |v_{0B}| + |a|\Delta t \rightarrow 20 = 0 + 5 \cdot \Delta t \rightarrow 5\Delta t = 20 \rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{20}{5} \rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

β) Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα

$$s_1 = |v_A|\Delta t = 20 \cdot 4 = 80 \text{ m}$$

Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα

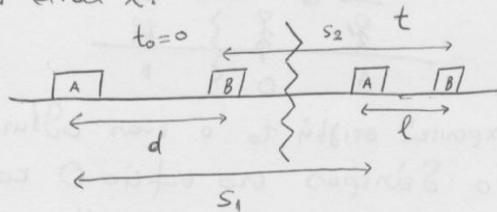
$$s_2 = |v_{0B}|\Delta t + \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2$$

$$\rightarrow s_2 = 40 \text{ m}$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι  $d + s_2 = s_1 + l_{\min} \rightarrow$

$$42 + 40 = 80 + l_{\min} \rightarrow l_{\min} = 2 \text{ m}$$

δ) Έστω  $t_0 = 0$  η χρονική στιγμή που ξεκινά το σώμα Β και  $t$  μια τυχαία χρονική στιγμή αργότερα όπου η απόσταση των δύο σωμάτων είναι  $l$ .



Είναι  $d + s_2 = l + s_1 \rightarrow l = d + s_2 - s_1$  (1) (8)

Είναι  $s_1 = |v_A|t \rightarrow s_1 = 20t$  (2),  $s_2 = |v_B|t + \frac{1}{2}|a|t^2 \rightarrow$

$s_2 = \frac{1}{2}5t^2 \rightarrow s_2 = \frac{5}{2}t^2$  (3). Αντικαθιστώντας στην (1) ως

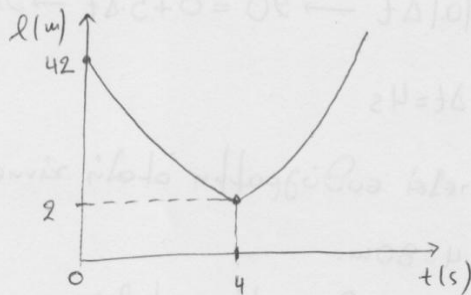
(2) και (3) έχουμε  $l = 42 + \frac{5}{2}t^2 - 20t \rightarrow l = \frac{5}{2}t^2 - 20t + 42 \text{ (SI)}$

ή καλύτερα  $l(t) = \frac{5}{2}t^2 - 20t + 42 \text{ (SI)}$

Για επιβεβαίωση δείτε ότι  $l(0) = d = 42\text{m}$  και

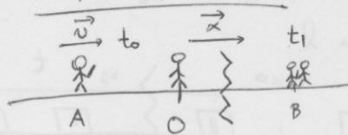
$l(4) = \frac{5}{2} \cdot 16 - 20 \cdot 4 + 42 = 2\text{m} = l_{\text{min}}$ . Για καλύτερη κατανόηση ας

δείτε τη γραφική παράσταση  $l-t$ :



η οποία είναι παραβολή (μορφή  $y = ax^2 + bx + c$ ). Από αυτήν φαίνεται καθαρά ότι η απόσταση των δύο οχημάτων μικραίνει μέχρι τη στιγμή  $t = 4\text{s}$  όπου παίρνει την ελάχιστη τιμή ( $l_{\text{min}} = 2\text{m}$ ) και από εκεί και πέρα τρέχει άνω όπως περιμένατε.

### Άσκηση 17



Έστω ότι τη χρονική στιγμή  $t_0$  ο ένας οδηγός είναι στο οχήμα Α και ο δεύτερος στο οχήμα Ο και έστω  $t_1$  η στιγμή που γίνεται η αλλαγή ως σκοπός έστω στο οχήμα Β.

Στο χρονικό διάστημα  $\Delta t = t_1 - t_0$  ο πρώτος αθλητής (9) έχει διανύσει διάστημα  $s_1 = (AB)$  και ο δεύτερος  $s_2 = (OB)$ . Η "τέλεια" αλλαγή θα συμβεί αν αυτή γίνει όμοιο αφού δίνεται ώστε ο αθλητής Β να έχει διανύσει μεγαλύτερη απόσταση άρα να έχει κερδίσει περισσότερα μέτρα.

Όπως είδαμε στην προηγούμενη άσκηση, η ελάχιστη απόσταση συμβαίνει όταν οι ταχύτητες γίνουν ίσες. Εδώ η ελάχιστη απόσταση θα είναι μηδέν και για να συμβεί όμοιο το δυνατόν αργότερα θα πρέπει να συμβεί όταν οι ταχύτητες είναι ίσες. Άρα τη στιγμή της αλλαγής η ταχύτητα του Β πρέπει να είναι  $|v_B| = |v| = 10 \text{ m/s}$ .

$$\text{Είναι } |v_B| = |v_{0B}| + |a|\Delta t \rightarrow 10 = 2 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 5 \text{ s.}$$

Ο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα είναι

$$s_1 = |v|\Delta t \rightarrow (AB) = 10 \cdot 5 \rightarrow (AB) = 50 \text{ m.}$$

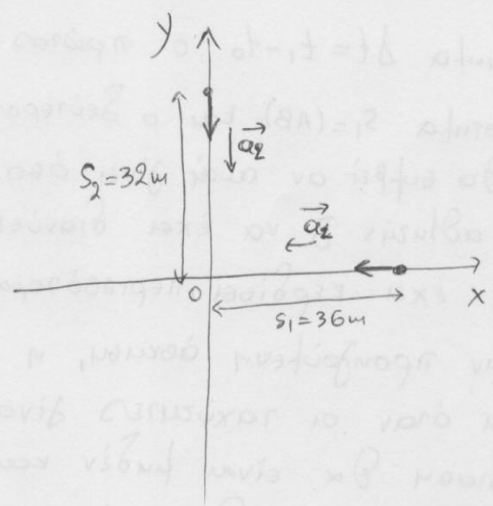
Ο Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα  $s_2 = (OB) = |v_{0B}|\Delta t + \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \rightarrow$

$(OB) = 25 \text{ m}$ . Άρα η μικρότερη απόσταση είναι η

$$(AO) = (AB) - (OB) = 50 - 25 \rightarrow \boxed{(AO) = 25 \text{ m.}}$$

### Άσκηση 18

Τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η θέση τους σε χρονική στιγμή  $t_0$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Προφανώς αν τα δύο σώματα συναντηθούν, αυτό θα  
 γίνει στο σημείο O, εστω τα σώτη t<sub>1</sub>.

Για το χρονικό διάστημα Δt = t<sub>1</sub> - t<sub>0</sub> έχουμε για το

$$\text{σώμα B: } s_2 = |v_{0y}| \Delta t + \frac{1}{2} |a_2| \Delta t^2 \rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \Delta t^2 \rightarrow 32 = 2 \cdot \Delta t^2$$

$$\rightarrow \Delta t^2 = \frac{32}{2} \rightarrow \Delta t^2 = 16 \rightarrow \Delta t = 4 \text{ s.}$$

Για το σώμα A στο ίδιο χρονικό διάστημα έχουμε:

$$s_1 = |v_{0x}| \Delta t + \frac{1}{2} |a_1| \Delta t^2 \rightarrow 36 = 5 \cdot 4 + \frac{1}{2} |a_1| \cdot 4^2 \rightarrow$$

$$36 = 20 + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot |a_1| \rightarrow 36 = 20 + 8 |a_1| \rightarrow 8 |a_1| = 36 - 20$$

$$\rightarrow 8 |a_1| = 16 \rightarrow |a_1| = \frac{16}{8} \rightarrow |a_1| = 2 \text{ m/s}^2.$$